

SESSION 2008CLASSES DE TERMINALE**SCIENCE S P H Y S I Q U E S****THEME : PHENOMENES ET APPLICATIONS LIES AUX MOUVEMENTS DE PARTICULES CHARGEES.**

Les cinq parties de l'épreuve sont indépendantes.

Données :Charge de l'électron : $q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ Masse de l'électron : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ Intensité de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ SI}$ Constante de Planck : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.**TEXTE INTRODUCTIF.**

Il existe d'importants phénomènes et applications liés aux mouvements de porteurs de charges.

Dans un métal les porteurs de charges qui assurent le passage du courant électrique sont des électrons. On sait qu'un métal est constitué d'un empilement compact d'atomes. Chaque atome est constitué de noyaux et d'électrons. Si de nombreux électrons sont fortement liés aux noyaux, d'autres sont libres de se déplacer à l'intérieur du métal : on les appelle des électrons libres ou électrons de conduction.

Dans un liquide conducteur (électrolyte) le courant électrique est un déplacement en sens inverses des ions positifs et des ions négatifs. Au niveau de la surface de contact des électrodes et du liquide se produit un ensemble de phénomènes chimiques appelé électrolyse. Les applications de l'électrolyse sont nombreuses. On l'utilise pour la préparation industrielle d'un grand nombre de corps (dihydrogène, dioxygène, dichlore, soude, etc...). Elle sert aussi à déposer une couche de métal (cuivre, nickel, chrome, argent, or..) sur un objet quelconque servant de support, soit de moule : c'est la galvanoplastie. On peut ainsi préserver le fer de la rouille : il suffit de le nickeler. On peut recouvrir un corps d'un métal précieux par argenture ou par dorure électrolytique. Le même phénomène permet de l'employer à l'affinage des métaux impurs, le cuivre par exemple.

Les microscopes électroniques utilisent des électrons monocinétiques pour la formation des images. Le premier microscope électronique fut réalisé en 1932 par E. Ruska et M. Knoll. Le pouvoir de résolution du microscope électronique de marque PHILIPS XL 30 LaB6 (1993) est de 2nm à 30Kv et de 15nm à 1Kv, sa capacité de grossissement est d'environ 100 000 fois. A titre de comparaison, le pouvoir séparateur d'un microscope optique (c'est-à-dire son grossissement) est limité par la longueur d'onde de la lumière visible ; aucun détail de dimension supérieure à 0,2 μm ne peut être observé. Aussi l'utilisation de particules accélérées de plus courte longueur d'onde associée permet-elle d'augmenter le grossissement.

PARTIE I : Questions relatives au texte.

- I-1 Préciser le sens du mouvement des électrons dans un conducteur métallique parcouru par un courant continu.
- I-2 Citer deux applications de l'électrolyse.
- I-3 L'électrolyse est une « réaction forcée », expliquer ce que cela signifie.
- I-4 Quel intérêt présente le microscope électronique comparé au microscope optique ?

PARTIE II : Nature discontinue et corpusculaire des charges électriques

Nous savons que l'électricité a un aspect corpusculaire ; c'est-à-dire qu'une quantité d'électricité quelconque est toujours égale à un nombre entier de fois une charge dite élémentaire e . Ce nombre entier peut être positif ou négatif. Ainsi la charge de l'électron est $-e$ et celle du proton $+e$.

Historiquement l'expérience de MILLIKAN a joué un rôle important pour prouver la structure discontinue de l'électricité.

C'est en 1909 que l'Américain Robert Andrews MILLIKAN réalisa pour la première fois une expérience pour déterminer la charge électrique élémentaire. Il la renouvela de nombreuses fois en 1909 et 1917, améliorant ainsi la précision sur la détermination de la charge électrique élémentaire.

Les corps électrisés dont MILLIKAN se proposa de mesurer les charges électriques étaient des gouttelettes d'huile d'un rayon de l'ordre du micron, produites par une nébuleuse (appareil de productions d'aérosols) et que les frottements dans la buse suffisait pour les électriser. Les gouttelettes tombaient lentement dans l'air d'une chambre (voir figure ci-après) à la façon d'un brouillard. Quelques unes passaient par un trou T d'aiguille percé dans une plaque métallique horizontale P formant l'une des armatures d'un condensateur à air. L'autre, P', est maintenue à une distance constante par des cales isolantes. Tout l'intérieur du dispositif était soigneusement à l'abri des courants d'air et préservé des inégalités des températures. Un viseur permettait de suivre le mouvement, entre les plateaux, des gouttelettes convenablement éclairées et de mesurer leurs déplacements. Un chronomètre permet de mesurer la durée qui sépare les passages d'une gouttelette devant deux divisions d'un micromètre dans l'oculaire d'un microscope.

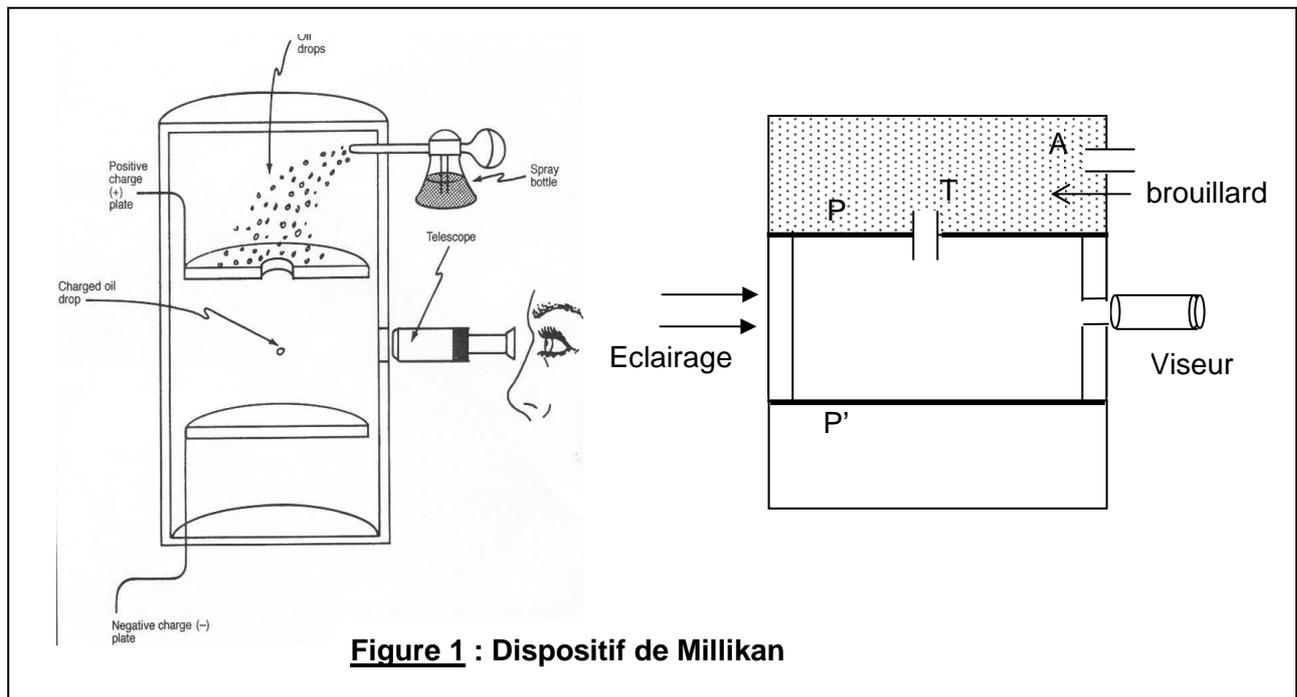


Figure 1 : Dispositif de Millikan

II-1 Quel est le mode d'électrisation utilisé dans l'expérience ?

Citer deux autres modes d'électrisation.

II-2

En l'absence de champ électrique entre P et P' les gouttelettes sont assez éloignées les unes des autres pour que les interactions électriques soient négligeables. On prendra la vitesse initiale des gouttelettes à l'entrée des plaques (trou T) comme nulle et on négligera la poussée d'Archimède devant le poids de la gouttelette.

CLASSES DE TERMINALE

La force due à la résistance de l'air (force de Stokes) est donnée par $\vec{F} = - 6 \pi \eta r \vec{V}$ avec

$\eta = 1,8 \cdot 10^{-5}$ S.I (coefficient de viscosité de l'huile) ; r est le rayon de la gouttelette et \vec{V} sa vitesse instantanée.

On constate que les particules atteignent rapidement une vitesse limite V_1 .

II-2-1 Donner l'unité de η dans le système international.

II-2-2 On rapporte le mouvement de la gouttelette à un axe OZ vertical orienté vers le bas.

II-2-2-1 Ecrire l'équation différentielle régissant le mouvement de la gouttelette de masse m.

II-2-2-2 Vérifier que $V = V_1 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$ est une solution de cette équation avec $V_1 = \frac{mg}{6\pi\eta r}$.

II-2-2-3 En prenant les gouttelettes comme de petites sphères, montrer que la constante τ est donnée par l'expression $\tau = \frac{2\mu r^2}{9\eta}$ et donner une signification physique de τ (dans cette relation μ est la masse volumique de l'huile).

II-2-2-4 Montrer que la vitesse limite est atteinte au bout de $t = 10^{-3}$ s.

On donne : $r = 10^{-6}$ m ; $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5}$ unité S.I et masse volumique de l'huile $\mu = 0,89$ g / cm³

II-2-3 On établit entre P et P' un champ électrostatique uniforme \vec{E} orienté vers le bas ; on constate que la gouttelette effectue un mouvement descendant et atteint plus rapidement une vitesse limite V_2

II-2-3-1 Quelle est le signe de la charge de cette gouttelette ?

II-2-3-2 Ecrire l'équation différentielle régissant le mouvement de la gouttelette et donner l'expression de la vitesse V_2 en fonction de E, q, m, g, r et η

II-2-3-3 Montrer que la charge q est donnée par : $q = \frac{6\pi\eta r(V_2 - V_1)}{E}$

II-2-3-4 Pour des gouttelettes de rayon $r = 1,44 \cdot 10^{-6}$ m la mesure de la vitesse donne $V_1 = 2,25 \cdot 10^{-4}$ m/s. Dans le champ électrostatique d'intensité $E = 10^5$ V/m la vitesse limite V_2 prend les valeurs suivantes exprimées en m/s :

V_2 (m/s)	$1,92 \cdot 10^{-4}$	$1,59 \cdot 10^{-4}$	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$0,94 \cdot 10^{-4}$	$0,61 \cdot 10^{-4}$	$0,29 \cdot 10^{-4}$
q (C)						

Recopier le tableau, le compléter et montrer à partir de ces résultats que la charge q des gouttelettes ne prend que des valeurs multiples de la charge e . Conclure.

PARTIE III : La nature du courant électrique

Le courant électrique est dû à un mouvement d'ensemble de particules chargées.

III-1- Le mécanisme de conduction dans les métaux (cas du courant continu) :

Nous allons étudier le mouvement d'ensemble des électrons libres dans un fil métallique relié à un générateur qui crée un champ électrique uniforme \vec{E} à l'intérieur du métal.

CLASSES DE TERMINALE

Le métal qui constitue le fil contient p électrons libres par m^3 . Le fil a pour section s (en m^2). L'intensité du courant est I (en A). Les électrons libres progressent à la vitesse V en moyenne (en m/s).

III-1-1 Exprimer le nombre N d'électrons libres contenus dans une portion de fil de longueur ℓ en fonction de p , ℓ et s .

III-1-2 Faire le schéma du fil relié à un générateur de tension continue. Montrer une vue intérieure du métal en indiquant par des flèches le mouvement d'ensemble des électrons. Les électrons seront représentés par des points. Comparer le sens du mouvement de ces particules avec le sens conventionnel donné au courant électrique.

III-1-3 Exprimer, en fonction de ℓ et V , le temps t mis par ces N électrons libres pour traverser une section donnée de fil.

III-1-4 Calculer la quantité d'électricité q qui passe à travers s en t secondes (t temps calculé précédemment) pour un fil de longueur $\ell = 1$ m.

III-1-5 Montrer que l'intensité du courant peut s'écrire : $I = pseV$, avec e la charge élémentaire et V la vitesse d'ensemble des électrons.

Calculer V pour $p = 6 \cdot 10^{28}$; $s = 1 \text{ mm}^2$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et $I = 12 \text{ A}$

III-1-6 On définit le vecteur densité de courant par $\vec{j} = \sigma \vec{V}$, relation où σ est la densité volumique de charges électriques mobiles et \vec{V} la vitesse d'ensemble des électrons libres.

Montrer que l'intensité du courant électrique I peut être définie comme étant le flux du vecteur \vec{j} à travers S .

III-1-7 On soude bout à bout 2 fils conducteurs constitués du même métal. L'un des fils a une section $s = 1 \text{ mm}^2$, l'autre $s' = 0,8 \text{ mm}^2$. Il passe un courant d'intensité I dans l'ensemble.

On constate que les électrons libres se déplacent à la vitesse $V = 0,5 \text{ mm/s}$ dans le fil de section s .

A quelle vitesse V' se déplacent les électrons libres dans le fil de section s' ?

Evaluer les vitesses précédentes en m/s et en km/h.

III-1-8 Pour une même intensité du courant la vitesse des électrons peut varier de $5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ (dans les tubes des téléviseurs) à 10^{-5} m/s (dans les solutions ioniques).

Comment expliquer alors, dès qu'on relie les pôles d'un générateur par des conducteurs, qu'instantanément tous les points du circuit sont le siège d'un passage de courant, quelque soit la longueur du circuit ?

III-2 Mécanisme de conduction dans les électrolytes.

III-2-1 Rappeler ce qu'on appelle électrolyte

III-2-2

Soit un électrolyseur contenant une solution concentrée de chlorure d'étain II (SnCl_2), dans laquelle on plonge deux électrodes inattaquables de graphite. L'électrolyseur est relié à un générateur de tension continue par des fils de connexion et on insère dans le circuit un résistor.

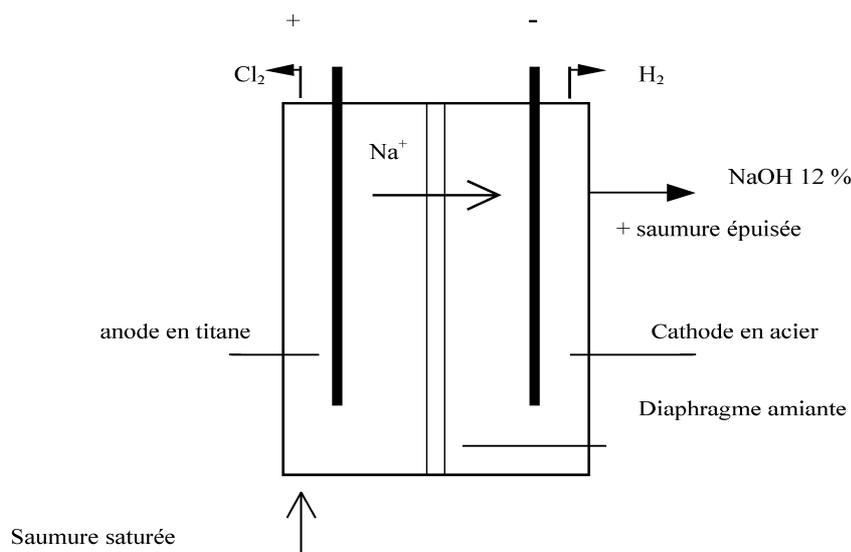
III-2-2-1 Faire le schéma du circuit.

III-2-2-2 Quelle est l'utilité de ce résistor ?

III-2-2-3 On ferme le circuit, schématiser le mouvement des particules à l'intérieur de la cuve.

III-2-3 On obtient à l'anode un dégagement de dichlore et un dépôt métallique d'étain à la cathode. Donner une interprétation de ces résultats.

III-2-4 Le dichlore est également produit par électrolyse de saumure purifiée et concentrée, une solution de chlorure de sodium dissous dans l'eau. L'une des méthodes utilisées est l'électrolyse à diaphragme, méthode qui s'est surtout développée aux Etats-Unis. En Europe, ce procédé couvre 18% de la production de dichlore. Le procédé utilise une cellule comportant un diaphragme en amiante. Du dihydrogène se dégage dans le compartiment cathodique et de la soude caustique apparaît sous forme d'une solution de 10 à 12%. Le diaphragme empêche le dichlore de se mélanger au dihydrogène et à la soude caustique.



Ecrire les réactions d'électrode traduisant la formation du dichlore et des autres produits de l'électrolyse.

III-3 Mécanisme de conduction dans les métaux (cas du courant alternatif)

On considère un fil conducteur métallique contenant p électrons libres par mètre cube. Ces électrons susceptibles de se déplacer à partir de leurs positions d'équilibre sont ramenés à celles-ci par une force $\vec{f} = -m\omega_0^2 \chi \vec{u}$, quand ils sont écartés d'un vecteur $\chi \vec{u}$ où \vec{u} est un vecteur unitaire dans la direction du déplacement.

III-3-1 Dans le milieu on crée un champ électrique $\vec{E} = E_0 \cos \omega t \vec{u}$

Ecrire l'équation différentielle régissant le mouvement d'un électron de masse m et de charge $-e$.

III-3-2 Le régime transitoire s'amortit très rapidement, le régime forcé s'établit et le mouvement de l'électron sera, sous l'effet du champ excitateur $\vec{E} = E_0 \cos \omega t \vec{u}$, un mouvement sinusoïdal avec la pulsation ω , soit: $\chi = \chi_0 \cos \omega t$.

Comparer le mouvement des électrons dans ce cas précis avec celui des électrons libres dans un conducteur métallique parcouru par un courant continu.

Donner l'expression de χ_0 en fonction de E_0 , m , ω , ω_0 et e .

III-3-3 Donner l'expression de la vitesse d'un électron en fonction de E_0 , m , ω , ω_0 , e et du temps t .

Partie IV : Mouvement d'une particule chargée dans le vide

N.B : On a négligé les forces de frottement (en général proportionnelles à \vec{V}) et les forces magnétiques du champ magnétique associé au champ électrique variable.

IV - 1.

Dans tout l'exercice, on supposera que le mouvement des électrons a lieu dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces auxquelles ils sont soumis.

Des électrons animés d'une vitesse $\vec{V} = V \vec{i}$ ($v > 0$) pénètrent au point A dans une région (R) de longueur $L = 2 \text{ cm}$ où règne un champ magnétique uniforme

\vec{B} produit par des bobines de Helmholtz. Ce champ est perpendiculaire à \vec{V} . L'expérience a lieu dans le vide.

IV.1.1.

Déterminer la direction et le sens \vec{B} de pour que le faisceau d'électrons soit dévié vers le haut comme l'indique la figure.

IV.1.2. Dans quel plan doit on placer les bobines de Helmholtz pour produire le champ ?

IV.1.3.

Montrer que la trajectoire des électrons est un arc de cercle contenu dans le plan (A, \vec{i}, \vec{j}) dans la région (R).

IV.1.4. Etablir l'expression donnant le rayon de la trajectoire.

IV.1.5.

Les électrons sortent de la région (R) au point S et viennent frapper en M un écran perpendiculaire à \vec{i} et placé à la distance $D = 20 \text{ cm}$ du centre de la région (R).

Etablir l'expression donnant l'ordonnée $Y = OM$ du point d'impact. L'angle de déviation α de la trajectoire des électrons étant petit, on prendra $\tan \alpha \approx \alpha$.

IV.1.6. Calculer Y si $v = 2.10^7 \text{ m.s}^{-1}$ et $\vec{B} = B \vec{k}$ avec $B = 3.10^{-3} \text{ T}$.

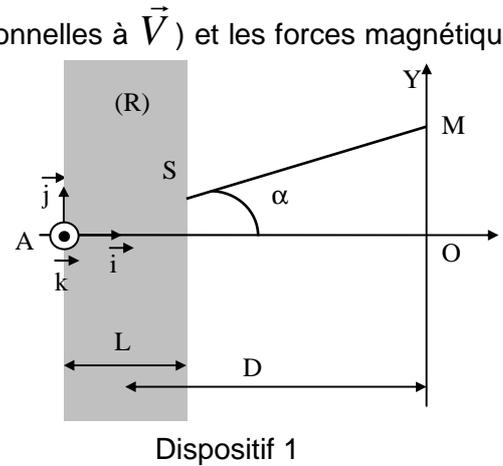
On rappelle : masse de l'électron $m = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$, charge de l'électron $q = -e = -1,60.10^{-19} \text{ C}$ et largeur de la région (R) : $L = 2 \text{ cm}$.

IV.1.7.

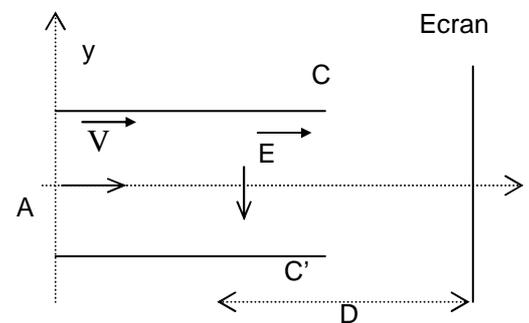
Quelle est la vitesse des électrons quand ils arrivent en M ?

IV.2.

On reprend le dispositif précédent et on remplace les bobines de Helmholtz par des plaques horizontales C et C'. La tension entre C et C' est $U = V_C - V_{C'} > 0$. La longueur des plaques est L. La distance entre C et C' est $d = 2 \text{ cm}$. Les électrons pénètrent en A entre les plaques, sortent du champ électrique et viennent impressionner l'écran placé à la distance D du centre des plaques.



Dispositif 1



Dispositif 2

IV.2.1

Quelle doit être la valeur de la tension U qui produirait la même déviation $Y = OM$ obtenue à la question IV-1-6 ?

On rappelle l'équation cartésienne de la trajectoire de l'électron entre les plaques : $y = \frac{eEx^2}{2mV^2}$

IV.2.2

Quel est entre les dispositifs 1 et 2, celui que vous auriez choisi pour produire cette déflexion ? Justifier votre réponse.

IV.3

Un tube de téléviseur est constitué :

- d'une ampoule de verre épais dans laquelle règne un vide très poussé
- d'un canon à électrons où l'intensité des faisceaux est contrôlée par le réglage entre la cathode et une électrode appelée wehnelt
- de deux paires de bobines d'axes perpendiculaires, l'une provoquant une déflexion horizontale des électrons, l'autre provoquant une déflexion verticale.
- d'un écran

L'image est formée par le déplacement du spot balayant l'écran et dont l'intensité varie. Le balayage consiste à « parcourir » l'écran en lignes régulières.

On modélise le tube par le dispositif 1 où les champs magnétiques sont produits dans la région (R)

IV.3.1.

Soient \vec{B}_1 et \vec{B}_2 , les champs produisant respectivement les déviations horizontale et verticale.

Quelles sont les directions de \vec{B}_1 et \vec{B}_2 ?

IV.3.2.

L'écran du poste téléviseur a une hauteur $H = 42$ cm et une largeur $L = 70$ cm. Cet écran est divisé en 625 lignes horizontales. On suppose que la première ligne horizontale est confondue avec le bord supérieur de l'écran. Le spot arrive au centre de l'écran si aucun champ n'est appliqué.

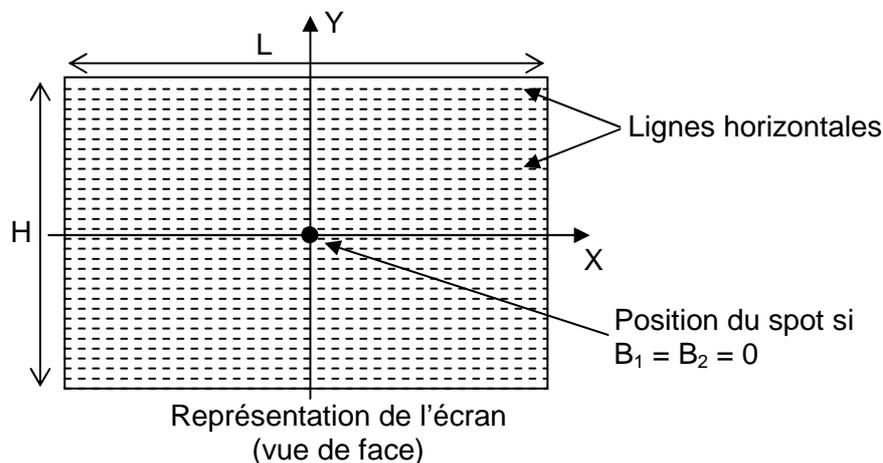
IV.3.2.1 : Quelle est la distance entre deux lignes horizontales ?

IV.3.2.2 :

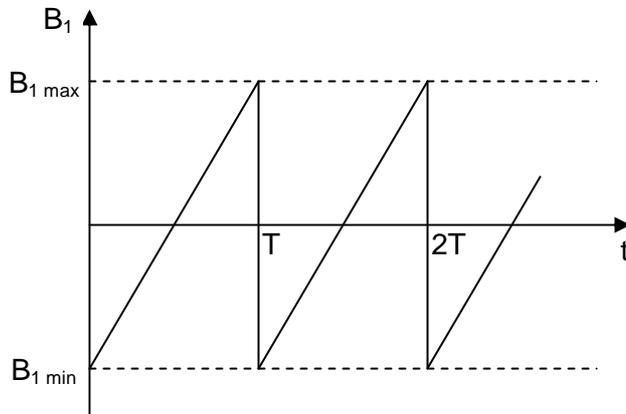
Le spot doit balayer 25 fois l'écran pendant une durée $\Delta t = 1$ s. Quelle est la durée mise par le spot pour balayer une ligne de l'écran.

IV.3.2.3.

On applique simultanément dans la région (R) les champs $\vec{B}_1 = B_1 \vec{j}$ et $\vec{B}_2 = B_2 \vec{k}$ avec $B_1 = -9,95 \cdot 10^{-3}$ T et $B_2 = 5,97 \cdot 10^{-3}$ T. Donner la position (X_0, Y_0) du spot sur l'écran. On rappelle que : $v = 2 \cdot 10^7$ m.s⁻¹ ; $L = 2$ cm et $D = 20$ cm.



IV.4. Décrire le mouvement de l'électron si on applique simultanément dans la région (R) les champs $\vec{B}_1 = B_1 \vec{j}$ et $\vec{B}_2 = B_2 \vec{k}$ avec $B_2 = 5,97 \cdot 10^{-3}$ T, la variation de B_1 en fonction du temps étant donnée par la figure ci – dessous .



$$B_{1 \max} = 9,95 \cdot 10^{-3}$$

$$B_{1 \min} = - 9,95 \cdot 10^{-3}$$

$$T = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

IV.5. Quelle doit être la valeur du champ \vec{B}_2 pour que le spot balaie la deuxième ligne de l'écran ?

Partie V : Onde associée aux mouvements de particules chargées : cas des électrons

Rappels et compléments I :

A toute onde électromagnétique de pulsation temporelle ω et de vecteur d'onde (ou de vecteur de propagation) \vec{k} sont associés des photons, particules d'énergie $E = \hbar \omega$ et de quantité de mouvement $\vec{p} = \hbar \vec{k}$. On précise que $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ où h est la constante de Planck.

Il est aussi possible réciproquement d'associer une onde à certaines particules en mouvement (les électrons par exemple). En effet Louis De Broglie (en 1923) proposa la généralisation onde-corpuscule antérieurement introduite par Einstein à propos du photon. Ainsi certains résultats (interférences lumineuses, diffraction de la lumière par des obstacles, réfraction, réflexion ...) obtenus avec de la lumière ont pu être observés expérimentalement avec des faisceaux de particules (électrons, protons, neutrons).

En résumé :

- La lumière est une onde définie par la fonction d'onde $\Psi = \Psi_0 \exp[-i(\omega t - kx)]$ et de vecteur d'onde \vec{k} de valeur $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ qui guide une particule (le photon) d'énergie $E = \hbar \omega$ et de quantité de mouvement $\vec{p} = \hbar \vec{k}$
- La particule matérielle (électron par exemple) d'énergie E et de quantité de mouvement p est accompagnée d'une onde de pulsation $\omega = \frac{E}{\hbar}$, de vecteur d'onde $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$ et de longueur d'onde $\lambda = \frac{h}{p}$ appelée longueur d'onde de Broglie. La fonction d'onde associée au mouvement de cette particule est $\Psi = \Psi_0 \exp[-i(\omega t - kx)]$.

Rappels et compléments II : Sur la dynamique des particules

Dans ce qui suit C représente la célérité de la lumière dans le vide.

Pour une particule libre de vitesse v, on définit le coefficient $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$

γ	1	1,1	10	∞
Domaine	Mécanique classique	Mécanique relativiste	Mécanique ultra relativiste	

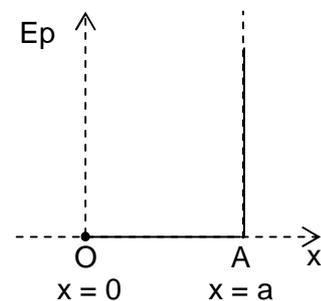
Domaine classique (Newtonien)	Domaine relativiste
La vitesse V de la particule est telle que : $\frac{V}{C} < \frac{1}{10}$ E_0 (énergie au repos de la particule) = 0 Energie cinétique de la Particule $E_c = \frac{1}{2} mV^2$ Energie totale de la particule $E = \frac{1}{2} mV^2$ Quantité de mouvement $\vec{p} = m \vec{V}$	E_0 (énergie au repos d'une particule de masse m) = mc^2 . $E_0 = 5,11 \cdot 10^5$ eV pour l'électron. Energie cinétique de la particule $E_c = (\gamma - 1) mc^2 = (\gamma - 1) E_0$ Energie totale de la particule $E = \gamma \cdot mc^2 = \gamma E_0$ Par ailleurs on peut écrire $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ Quantité de mouvement $\vec{p} = \gamma m \vec{V}$ Pour un photon on a les relations : $m = 0$; $E^2 = p^2c^2$ impliquant $E = p c$, d'où $p = \frac{E}{C}$ Soit $p = \frac{h \nu}{c}$ avec ν = fréquence ; $\omega = 2\pi \nu$; $p = \hbar k$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

V-1 Mouvement d'une particule dans un puits de potentiel

Dans un atome donné, l'onde Broglie d'un électron a une longueur d'onde du même ordre de grandeur que la dimension de l'atome. Pour déterminer le niveau d'énergie on adopte le point de vue de la mécanique ondulatoire en associant à l'électron une onde.

Le modèle préconisé dans cet exercice est semblable à l'atome d'hydrogène

On considère un électron se déplaçant sur un axe OX selon un mouvement dont il n'est pas nécessaire de préciser d'abord la nature. Il est astreint par deux obstacles fixes et indéformables à rester entre deux points O et A de cet axe. Un tel dispositif est appelé « puits de potentiel » infiniment profond.



$E_p = V(x)$
 $E_p = \infty$ pour $x = 0$ et $x = a$
 $E_p = 0$ pour $0 < x < a$

Barrière de potentiel et « boîte à une dimension »

La dimension du puits (distance entre les parois) est : $a = 2 \text{ \AA}$ ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$)

CLASSES DE TERMINALE

L'énergie potentielle à l'intérieur du puits étant constante, on la suppose égale à zéro.
 Dans ces conditions l'énergie E de la particule est égale à son énergie cinétique :

$$E = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} \quad (\text{dans le cas non relativiste}) ; p = \text{module de la quantité de mouvement}$$

V-1-1 Donner l'expression de l'énergie cinétique en fonction de la longueur d'onde λ de Broglie associée à cet électron.

V-1-2 L'état stationnaire de la particule est décrit par la fonction d'onde Ψ qui est solution de l'équation différentielle $\Psi'' + k^2\Psi = 0$ où Ψ'' est la dérivée seconde de Ψ par rapport à x

(x compris entre 0 et a) et $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Vérifier que la solution de cette équation différentielle peut être écrite sous la forme.
 $\Psi = A \sin kx + B \cos kx$ où A et B sont des constantes.

V-1-3 En considérant les conditions aux limites $\Psi = 0$ pour $x = 0$ et $x = a$ et les nœuds en O et en A.

Montrer que la solution de cette équation différentielle est $\Psi = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$ où A est une constante.

V-1-4 En tenant compte de l'expression de l'énergie en fonction de λ montrer $E = n^2 E_1$ avec $E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$

et calculer l'énergie en électron-volt correspondant au niveau fondamental ($m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J.s, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $a = 2 \text{ \AA}$).

V-1-5 De combien varie l'énergie pour une transition faisant passer la particule du niveau $n = 1$ au niveau $n = 2$?.

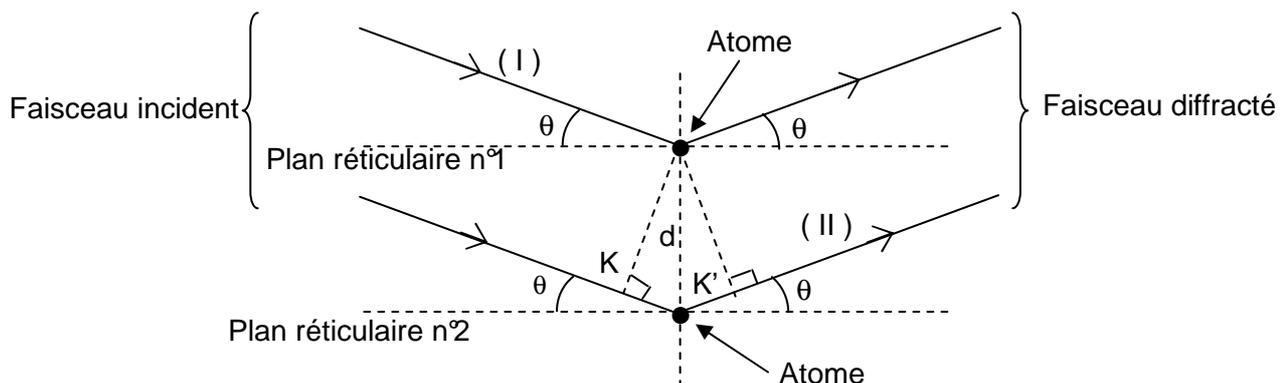
V-2 Diffraction - interférences électronique

Dans une expérience de diffraction d'un faisceau monocinétique d'électrons par un réseau cristallin (voir figure), le faisceau incident frappe le cristal (ici le nickel) et y pénètre suffisamment pour rencontrer plusieurs plans réticulaires parallèles d'une même famille sous une inclinaison Θ

En gros chaque plan va se comporter comme un miroir plan pour l'onde incidente

Les électrons sont donc diffractés par les atomes dans des directions faisant un angle Θ avec les plans réticulaires.

Les ondes diffractées (associées aux électrons) dans cette direction forment des interférences constructives si la différence de marche δ est multiple entier de la longueur d'onde ($\delta = n \lambda$)



Diffraction d'une onde sur les plans réticulaires d'un cristal

CLASSES DE TERMINALE

V-2-1 Montrer que la différence de marche entre les chemins (I) et (II) s'exprime par : $\delta = 2d \sin\theta$.

V-2-2 Davidson et Germer ont envoyé un pinceau monocinétique d'électrons, d'énergie cinétique $E_c = 48 \text{ eV}$ à la surface d'un monocristal de nickel.

Un dispositif approprié permet de mesurer l'intensité des électrons diffractés. Dans la direction

$\theta = 76^\circ$ on obtient un maximum d'intensité d'ordre $n = 1$ pour $d = 0,91 \text{ \AA}$.

Calculer la longueur d'onde associée aux électrons expérimentalement tirée de $\delta = n \lambda$ (appelée formule de Bragg).

V-2-3 On considère toujours le pinceau monocinétique d'électrons précédent.

V-2-3-1 En considérant que les électrons possédant cette énergie ne sont pas relativistes donner l'expression de la quantité de mouvement en fonction de E_c et calculer la longueur d'onde de Broglie

associée à ces électrons ($\lambda = \frac{h}{p}$)

V-2-3-2 Comparer la longueur d'onde associée à ces électrons obtenue expérimentalement (V-2-2) et celle obtenue théoriquement par la formule de Broglie et conclure.

V-3 Application aux diffractions des électrons –microscope électronique

Le pouvoir séparateur d'un appareil (objectif diaphragmé) est la plus petite distance qui sépare deux sources ponctuelles (deux points) pour que l'œil examinant les deux images avec un oculaire convenable puisse reconnaître qu'il y a deux points. Pour l'œil elle est donnée en angle (distance angulaire où les deux points sont vus séparément; elle est de $3 \cdot 10^{-4}$ radian pour l'œil normal).

Le pouvoir séparateur limité de l'œil ne permet pas d'observer un objet dont le diamètre apparent est trop petit. Grâce à un instrument d'optique l'œil observera non plus l'objet mais l'image virtuelle que l'instrument en donne. Cette image a un diamètre apparent plus grand que celui de l'objet, ce qui fait dire communément qu'un instrument d'optique « grossit les objets »

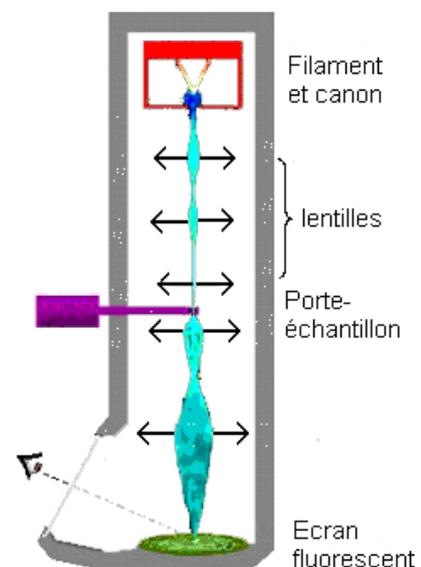
Le microscope est rangé dans la catégorie des instruments destinés à observer des objets rapprochés. Lorsque l'appareil fonctionne avec la lumière visible pour l'observation des objets il est appelé microscope optique, avec un faisceau d'électrons ; il est dit microscope électronique.

La valeur d'un instrument d'optique dépend essentiellement de la possibilité qu'il offre de distinguer des détails très fins, c'est-à-dire d'apercevoir distinctes, l'une de l'autre, les images de deux points voisins.

V-3-1 Dans un microscope optique on utilise la lumière visible ($0,4 \mu\text{m} < \lambda < 0,8 \mu\text{m}$) pour observer les objets de petites dimensions.

Quel est le pouvoir séparateur de ce microscope qu'on prendra égal à la longueur d'onde moyenne de ce spectre ?

V-3-2 Dans un microscope électronique, on substitue au faisceau lumineux un pinceau d'électrons accélérés sous une tension de $U = 40 \text{ kV}$.



Coupe simplifiée d'un microscope électronique

Les lois de la mécanique relativistes sont applicables aux électrons soumis à cette tension

V-3-2-1 Quelle est l'expression de E_c en fonction de U et de la charge élémentaire e ?

V-3-2-2 Etablir les relations suivantes à partir des données de γ ; E_0 , E_c (Rappels II de la partie V) :

$$\gamma = 1 + \frac{E_c}{E_0} ; \quad v = c \frac{\sqrt{E_c^2 + 2E_c E_0}}{E_c + E_0}$$

V-3-2-3 Montrer que la longueur d'onde de Broglie associée au mouvement des électrons est donnée par

$$\lambda = \frac{hC}{\sqrt{1 + 2\frac{E_0}{E_c}}} . \quad \text{Calculer } \lambda. \quad \text{On prendra } E_0 = 5,11 \cdot 10^5 \text{ eV}$$

V-3-3 Donner le pouvoir séparateur P_s du microscope électronique qu'on supposera égal à la longueur d'onde associée aux électrons.

V-3-4 Le faisceau d'électrons est limité à une ouverture normale de $u = 10^{-3}$ radians pour éviter les

aberrations. Ainsi le pouvoir séparateur est donné par : $P_s = \frac{\lambda}{n \sin u}$. On prendra $n=1$ indice du

vide.

Quel est en réalité le pouvoir séparateur de ce microscope électronique ?

Quel est alors le gain réalisé sur le pouvoir séparateur d'un microscope électronique par rapport à un microscope utilisant la lumière visible ? Quelle conclusion tirez-vous sur l'utilisation de ces deux types de microscopes ?

FIN DE SUJET